논문 2017-54-11-1

다중 입력 및 출력 시스템을 위한 최대우도 검출 : 메트릭 궤환 검출

(On the Maximum Likelihood Detection for MIMO Systems:
Metric Feedback Detection)

임 형 용*, 박 기 홍*, 윤 동 원**

(Hyeongyong Lim, Gihong Park, and Dongweon Yoon©)

요 약

최대우도 (ML: Maximum Likelihood) 검출은 다중 입출력 (MIMO: Multiple-Input Multiple-Output) 시스템에서 최적 신호 검출 방법이지만 다중 입력의 개수나 변조 차수가 커질수록 계산 복잡도가 지수적으로 증가하여 실제 구현이 거의 불가능해진다. 본 논문은 MIMO 시스템에서 Breadth-First 알고리즘을 기반으로 최소 구현 복잡도를 가지면서도 정확히 ML 검출이 가능한 알고리즘을 제시하고 증명하며, 컴퓨터 모의 실험을 통해 검증한다.

Abstract

In multiple-input multiple-output (MIMO) systems, maximum likelihood (ML) detection is well known as an optimal detection for minimizing the average error probability of MIMO systems. The main drawback of ML detection, however, is that the computational complexity grows exponentially with the number of inputs and the modulation order. In this paper, we propose a simple ML detection algorithm based on the Breadth-First algorithm for MIMO systems. We show that the proposed algorithm is equivalent to the exact ML detection with the minimum computational complexity of the Breadth-First algorithm and it is validated via computer simulation.

Keywords : Adaptive threshold, MIMO systems, ML detection, Breadth-First algorithm, QRD-M detection

I. 서 론

다중 입출력 (MIMO: Multiple-Input Multiple-Output) 시스템은 추가적인 대역폭 또는 송신 전력의 증가없이

시스템 용량을 늘릴 수 있는 점 때문에 현재 사용중인 대부분의 고속 전송 시스템 표준 (Wi-Fi, 3GPP Long Term Evolution, Mobile WiMAX, and IMT-Advanced) 에서 의무적 또는 선택적인 사항으로 채택되어 있다^[1~6].

MIMO 시스템에서 최대우도 (ML: Maximum Likelihood) 검출은 비트 오류율 (BER: Bit Error Rate) 을 최소화 하는 관점에서 최적 검출 방식이지만 다중 입력의 개수와 변조 차수가 증가하면 계산 복잡도가 지수적으로 증가하는 단점이 있다^[7]. 2014년 1월 NHK에서는 4096 직교 진폭 변조 (QAM: Quadrature and Amplitude Modulation) 및 2개의 송수신 안테나를 적용한 MIMO 시스템을 이용하여 8K 초고화질 (UHD : Ultra-High Definition) 영상의 무선 전송을 성공하였는데 이에 대해 ML 검출을 하려면 1.7×10^7 개의 후보 벡터에 대해

* 학생회원, 한양대학교 전자컴퓨터통신공학과
(Department of Electronics and Computer Engineering, Hanyang University)

** 평생회원, 한양대학교 융합전자공학부
(Department of Electronic Engineering, Hanyang University)

© Corresponding Author (E-mail : dwyoon@hanyang.ac.kr)

※ 이 논문은 2017년도 정부(미래창조과학부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 연구임(NRF-2014R1A2A1A11052701).

Received ; July 21, 2017   Revised ; October 4, 2017

Accepted ; October 16, 2017

계산이 수행되어야만 한다. 또한, Long Term Evolution (LTE)-Advanced에서 16-QAM 및 8개의 송수신 안테나를 이용한 MIMO 시스템을 구성하여 ML 검출을 수행하려면 4.3×10^9 번의 연산이 요구되며 이는 실제로 거의 구현 불가능하다.

따라서 ML과 근접 또는 동일한 BER 성능을 가지면서 계산 복잡도를 줄일 수 있는 Depth-First 알고리즘인 Sphere Decoding (SD) 과 Breadth-First 알고리즘인 QRD (QR Decomposition)-M이 제안되어 활발히 연구되어 왔다^[8~21].

SD는 모든 후보 벡터를 찾지 않고 수신 신호점으로 부터 특정 반경 r 을 가지는 구체 내에 존재하는 후보 벡터를 찾아 신호 검출을 수행한다^[8]. 즉, SD는 반경 r 을 선택하는 방법 및 구체 내에 존재하는 후보 벡터를 찾는 방법을 결정해야 하는데, SD의 발전은 주로 구체 내에 존재하는 후보 벡터를 찾는 방법에 대해서 이루어져 왔으며, 반경 r 을 결정하는데 있어서 명확한 기준보다는 경험적인 방법에 의존해야만 하는 단점을 가지고 있다^[9~14]. 또한 SD는 BER 성능 측면에서는 ML 검출과 동일하지만, 반경 r 이 크게 설정되면 너무 많은 후보 벡터들이 존재하여 효율성이 떨어지며, 반경 r 이 작게 설정되면 구체 내에 후보 벡터가 존재하지 않아 검출에 실패하게 되어 다시 반경을 키워 검출을 재수행해야만 한다^[9~14].

반면, QRD-M은 단 한번의 검출로 수행이 완료되고, 매 검출 레이어마다 M개의 후보 심볼을 생존시키는 방식으로 M이 증가할수록 ML 검출의 BER 성능과 근접하는 성능을 가지나^[16], 매 검출 레이어마다 ML 검출의 해를 포함하는 것을 보장할 수 없기 때문에 ML의 BER 성능에 근접은 하지만 동일하지는 않아 근사 ML 검출이라 불리며 준 최적 신호 검출에 머물게 된다. 또한, QRD-M은 매 검출 레이어마다 고정적으로 후보 심볼을 선택하기 때문에 수신 신호 대비 잡음비 (SNR: Signal-to-Noise Ratio) 나 채널 환경이 좋을 때도 불필요한 후보 심볼들이 많이 선택될 수 있는 단점이 있어 이러한 단점을 보완하고자 매 검출 레이어마다 적응적으로 M개의 후보 심볼을 선택하여 계산 복잡도를 낮추는 알고리즘들이 제시되었으나 여전히 근사 ML 검출에 한정된다^[17~18].

SD 및 QRD-M 검출은 기본적으로는 경관정을 수행하지만 약간의 변형을 통해 연관정 수행을 위한 연관정 정보도 얻을 수 있으며 이 결과를 이용해 반복 복호를 수행할 수 있다^[18~21].

본 논문에서는 MIMO 시스템에서 Breadth-First 알고리즘인 QRD-M을 기반으로 계산 복잡도가 매우 낮으면서도 정확히 ML의 최적신호 검출이 가능한 알고리즘을 제시한다. 제안하는 알고리즘은 $\min\{i + D, N\}$ 번째 검출 레이어의 최소 매트릭을 이용하여 i 번째 검출 레이어의 생존 후보 심볼을 선택하는 최적 임계값을 결정하게 된다. 여기서, N 은 다중 입력의 개수이고 $D \in \{1, 2, \dots, N-1\}$ 는 i 번째 검출 레이어의 최적 임계값을 결정할 때 고려되는 추가 레이어의 개수이다. 따라서 제시하는 알고리즘을 매트릭 제한 검출 (MFD: Metric Feedback Detection) 이라 명명하며, 매트릭으로는 누적 제곱 유클리드 거리 (SED: Squared Euclidean Distance) 를 고려한다.

제안하는 MFD 알고리즘은 매 검출 레이어마다 계산 상 최적의 적응적 임계값에 의해 신뢰도가 낮은 후보 심볼을 효과적으로 제거할 수 있으며 SNR이 커질수록 QRD-M에서 M=1인 경우에 해당하는 최소 계산 복잡도로 수렴한다. 특히, D 가 최대 일 때 (즉, $D = N-1$) MFD 알고리즘은 ML 검출의 해를 항상 포함하게 되어 Breadth-First 알고리즘의 최소 계산 복잡도를 가지면서 ML 검출과 정확히 동일한 BER 성능을 갖게 된다.

본 논문은 다음과 같이 구성되어 있다. 2장에서는 기존 Breadth-First 알고리즘인 QRD-M을 설명하고, 3장에서는 Breadth-First에 기반한 MFD 알고리즘을 제안하며 그 BER 성능이 최적 검출과 같아지게 됨을 논한다. 4장에서는 BER 성능 및 계산 복잡도를 나타내었으며 5장은 결론을 맺는다.

II. 시스템 모델

MIMO 시스템의 입출력 관계는 다음과 같다.

$$\mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{x} + \mathbf{w} \quad (1)$$

MIMO 시스템의 한 예로 그림 1과 같이 N_t 개의 송신 안테나와 N_r 개의 수신 안테나로 구성된 다중 안테나 기반 MIMO 시스템을 가정하면 식 (1)에서 $\mathbf{y}$ 는 $N_r \times 1$ 출력 벡터, $\mathbf{x}$ 는 $N_t \times 1$ 입력 벡터, $\mathbf{H}$ 는 $N_r \times N_t$ 채널 행렬, 그리고 $\mathbf{w}$ 는 $N_r \times 1$ 백색 가우시안 잡음 벡터로 나타낼 수 있으며 공분산 행렬은 $\sigma^2 \mathbf{I}$ 이 된다. 여기서 다중 입력 개수는 $N = N_t$ 가 된다.

채널 행렬 $\mathbf{H}$ 에 대해 완벽히 알고 있다고 가정했을 때 입력 벡터에 대한 ML 검출은 아래와 같다.

그림 1. 다중 안테나 기반 MIMO 시스템 모델
Fig. 1. Multiple antenna based MIMO system model.

$$\hat{\mathbf{x}}_{ML} = \arg \min_{\mathbf{x} \in \mathbb{C}^{N_t}} \|\mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{x}\|^2 \quad (2)$$

여기서 $\mathbb{C}^{N_t}$ 는 K 진 변조 심볼 집합 $\mathbb{C} = \{s_1, s_2, \dots, s_K\}$ 의 Cartesian power이다. ML 검출 시 최적의 BER 성능을 얻기 위해서는, 송신 안테나 개수와 변조 차수에 따라 K^{N_t} 개의 후보 벡터들을 모두 탐색하여야만 한다. 따라서 실제로 ML 검출은 K 및 N_t 가 클 때는 복잡도가 지수적으로 증가하게 되어 실제 구현에 많은 어려움이 따른다.

계산 복잡도를 줄이는 방법 중 하나로 제안된 Breadth-First 알고리즘인 QRD-M은 ML 검출보다 낮은 계산 복잡도를 가지지만, ML 검출에 근접하는 BER을 유지하기 위해서는 M값을 크게 설정해야 하며 이에 따라 여전히 큰 계산 복잡도를 가진다. MIMO 신호 검출에서 널리 연구된 QRD-M 방식의 원리는 다음과 같다. 후보 심볼 벡터의 개수를 줄이기 위해 우선 하우스홀더 변환에 기초한 QR 분해를 이용하여 $\mathbf{H}$ 를 $\mathbf{H} = \mathbf{Q}\mathbf{R}$ 로 분해하며, 여기서 $\mathbf{Q}$ 는 $\mathbf{Q}^H\mathbf{Q} = \mathbf{I}$ 을 만족하는 유니타리 행렬이고 $\mathbf{R}$ 은 $N_r \times N_t$ 상삼각 행렬이다^[22]. 이 경우 $\mathbf{Q}^H$ 을 식 (1)의 $\mathbf{y}$ 에 곱하여 정리하면 아래와 같다.

$$\mathbf{z} = \mathbf{Q}^H \mathbf{y} = \mathbf{R}\mathbf{x} + \mathbf{n} \quad (3)$$

여기서 변환된 잡음 벡터 $\mathbf{n} = \mathbf{Q}^H \mathbf{w}$ 는 $\mathbf{w}$ 와 같은 통계적 특성을 가진다. $N_r \geq N_t$ 를 가정하면 식 (3)의 1행부터 행은 아래와 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} z_1 &= n_1 + r_{1,N_t} \cdot x_{N_t} + \dots + r_{1,2} \cdot x_2 + r_{1,1} \cdot x_1 \\ z_2 &= n_2 + r_{2,N_t} \cdot x_{N_t} + \dots + r_{2,2} \cdot x_2 \\ &\vdots \\ z_{N_t} &= n_{N_t} + r_{N_t,N_t} \cdot x_{N_t} \end{aligned} \quad (4)$$

QRD-M 검출은 x_{N_t} 부터 시작하여 x_1 까지 트리 탐색을 통해 수행된다. 일반적으로 후보 심볼 s_k 에 대해

$(i-1)$ 번째 검출 레이어의 m 번째 생존 후보 브랜치에서 확장된 i 번째 검출 레이어의 누적 SED는 다음과 같이 표현 될 수 있다.

$$\begin{aligned} \{d_{k,m}^{(i)}\}^2 &= \sum_{p=1}^i |z_{N_t-p+1} - r_{N_t-p+1, N_t-p+1} \cdot s_k \\ &\quad - \sum_{q=N_t-p+2}^{N_t} r_{N_t-p+1, q} \cdot \hat{x}_{m|N-q+1}|^2 \end{aligned} \quad (5)$$

여기서 $k = 1, 2, \dots, K$, $m = 1, 2, \dots, M$, $i = 1, 2, \dots, N_t$ 이고 $\hat{x}_{m|j}$ 는 j 번째 검출 레이어의 m 번째 브랜치에서 검출된 심볼이다. $i = 1$ 인 첫 번째 검출 레이어에 대해서 식 (5)는 아래와 같이 나타내어진다.

$$\{d_{k,1}^{(1)}\}^2 = |z_{N_t} - r_{N_t, N_t} \cdot s_k|^2 \quad (6)$$

식 (6)은 식 (4)의 N_t 번째 식에서 z_{N_t} 와 $r_{N_t, N_t} \cdot s_k$ 사이의 SED이다. 본 논문에서 모든 브랜치에는 해당 심볼이 배치되기 때문에 “브랜치”와 “심볼”을 동일한 의미로 가정한다. 매 검출 레이어에서 식 (5)로 계산한 누적 SED가 작은 M개의 후보 브랜치들을 생존시키고 나머지 후보 브랜치들은 버리는 과정을 반복한다. 최종적으로 N_t 번째 검출 레이어에서, QRD-M 검출의 결과로써 최소 메트릭을 가지는 최상의 브랜치가 선택된다.

III. 메트릭 제한 검출

3.1 MFD 알고리즘

이 장에서는 Breadth-First 알고리즘에 기반한 MFD 알고리즘을 제안하고 자세히 설명한다. MFD 알고리즘은 기존 QRD-M 검출 수행 과정과 식 (4)까지는 동일하게 수행된다. 그런데 만약, 매 검출 레이어에서 M개의 생존 후보 브랜치를 최적 값으로 가변적으로 선택할 수 있다면 ML과 동일한 BER 성능을 가지면서 계산 복잡도를 더욱 줄일 수 있을 것이다.

따라서 이를 위해 변수 $D \in \{1, 2, \dots, N-1\}$ 를 도입한다. 여기서 D 는 임계값 결정을 위해 고려되는 추가적인 레이어의 개수를 나타내고 N 은 입력의 개수인데 그림 1에서는 N_t 와 같다. 제안하는 알고리즘은 D 를 이용하여 i 번째 검출 레이어의 임계값을 $\min\{i + D, N\}$ 번째 레이어의 최소 메트릭으로 결정한다. 여기서 $\min\{a, b\}$ 은 a 와 b 중 최소값으로 정의되는 함수이다.

MFD 알고리즘은 각 레이어에서 임계값을 결정하는

과정과 그 임계값을 이용해 해당 레이어에서 후보 심볼을 선택하는 두 가지 과정으로 분류할 수 있다.

가. 첫 번째 검출 레이어의 임계값 결정과 생존 후보 심볼 선택

MFD 알고리즘은 첫 번째 검출 레이어의 임계값을 구하는 것으로 시작된다. 첫 번째 검출 레이어의 임계값을 구하기 위해 첫 번째 레이어부터 $\min\{1+D, N\}$ 번째 레이어까지 매 레이어마다 최소 메트릭을 선택하여 $\min\{1+D, N\}$ 번째 레이어의 메트릭을 계산한다. 그림 2는 첫 번째 검출 레이어에서 임계값을 얻기 위한 과정의 예를 나타내고 있다. 그림 2에 나타난 바와 같이 만약 첫 번째 검출 레이어의 최소 메트릭이 $\{d_{2,1}^{(1)}\}^2$ 라면, 두 번째 레이어로의 확장은 $\{d_{2,1}^{(1)}\}^2$ 을 메트릭으로 가지는 브랜치에서만 수행한다. 그리고 두 번째 레이어에서 최소 메트릭을 선택하며 그 브랜치에서만 세 번째 레이어로 확장을 수행한다. 이러한 같은 과정을 $\min\{1+D, N\}$ 번째 레이어까지 반복한 후 $\min\{1+D, N\}$ 번째 레이어에서 최소 메트릭을 찾는다. $\min\{1+D, N\}$ 번째 레이어에서 찾아진 최소 메트릭을 최종적으로 첫 번째 검출 레이어의 임계값으로 결정한다.

그림 2. 첫 번째 검출 레이어의 임계값을 얻는 과정의 예

Fig. 2. Example of the procedure to obtain the threshold of the first detection layer.

첫 번째 검출 레이어의 임계값이 결정된 후에는, 첫 번째 검출 레이어에서 메트릭이 이 임계값보다 작거나 같은 브랜치들을 생존 후보 브랜치로 선택하고 두 번째 검출 레이어로 확장을 한다.

나. i 번째 검출 레이어의 임계값 결정과 생존 후보 심볼 선택

i 번째 검출 레이어의 임계값은 $\min\{i+D, N\}$ 번째 레이어의 최소 메트릭으로 결정된다. $\min\{i+D, N\}$ 번째 레이어의 최소 메트릭을 계산하기 위해, i 부터 $\min\{i+D, N\}$ 번째 레이어까지 각 레이어에서 최소 메트릭을 선택하는 과정을 반복한다. 그리하여 $\min\{i+D, N\}$ 번째 레이어에서 구해진 최소 메트릭을 i 번째 검출 레이어의 임계값으로 설정한다.

i 번째 검출 레이어의 임계값이 결정된 후에는, i 번째 검출 레이어에서 메트릭이 임계값보다 작거나 같은 브랜치들을 생존 후보 브랜치로 선택하고 $(i+1)$ 번째 검출 레이어로 확장을 한다

다. MFD 알고리즘

위 과정을 일반화하여 먼저, i 번째 검출 레이어의 임계값은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$T_D^{(i)} = \min_{k, m} \{d_{k, m}^{(i)}\}^2 + \sum_{d=i+1}^{\min\{i+D, N\}} \min_k |z_{N-d+1} - r_{N-d+1, N-d+1} \cdot s_k - \sum_{q=N-d+2}^N r_{N-d+1, q} \cdot \hat{x}_{m|N-q+1}|^2 \quad (7)$$

여기서 $m = 1, 2, \dots, M^{(i-1)}$, $i = 1, 2, \dots, N-1$ 이고, $M^{(i-1)}$ 는 $(i-1)$ 번째 검출 레이어에서 생존 후보 브랜치의 개수를 나타낸다. 식 (7)에서 첫 번째 항은 i 번째 검출 레이어의 최소 메트릭이며, 두 번째 항은 최소 복잡도를 가지는 $M=1$ 인 QRD-M 검출을 레이어만큼 추가적으로 수행했을 때의 메트릭의 증가량이다.

i 번째 검출 레이어의 임계값 $T_D^{(i)}$ 가 결정되면, 이를 이용하여 후보 브랜치를 선택하는 과정이 뒤따른다. 즉, $\min\{i+D, N\}$ 번째 레이어의 최소 메트릭인 i 번째 검출 레이어의 임계값 $T_D^{(i)}$ 를 이용해, $T_D^{(i)} \geq \{d_{k, m}^{(i)}\}^2$ 를 만족하는 후보 브랜치 $M^{(i)}$ 개를 선택하고 나머지 후보 브랜치들은 버린다. 최종적으로 생존 후보 브랜치로부터 다음 검출 레이어인 $(i+1)$ 번째 검출 레이어로 확장한다.

앞에서 설명된 MFD 알고리즘의 절차는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

MFD Algorithm (Input: $\mathbf{z}$, $\mathbf{R}$, N , D , Output: $\hat{\mathbf{x}}$):

Step 1. (Initialization) Set $i = 0$ and $T_D^{(1)} = 0$.

Step 2. Set $i = i + 1$ and $t = D$. Compute

$$\{d_{k,m}^{(i)}\}^2 = \sum_{p=1}^i |z_{N-p+1} - r_{N-p+1, N-p+1} \cdot s_k - \sum_{q=N-p+2}^N r_{N-p+1, q} \cdot \hat{x}_{m|N-q+1}|^2$$

Step 3. If $i = N - 1$, then go to Step 9. Else go to Step 4.

Step 4. (Main step) Find $(k^{(i)}, m^{(i)}) = \arg \min_{k,m} \{d_{k,m}^{(i)}\}$.

$$\text{Set } \hat{x}_{m^{(i)}|i} = s_{k^{(i)}}.$$

Step 5. Set $j = i + 1$ and $t = t - 1$.

Step 6. Compute

$$\{d_{k,m}^{(i)}\}^2 = \sum_{p=1}^j |z_{N-p+1} - r_{N-p+1, N-p+1} \cdot s_k - \sum_{q=N-p+2}^N r_{N-p+1, q} \cdot \hat{x}_{m|N-q+1}|^2$$

Step 7. If $j = N$ or $t = 0$, then go to Step 8.

Else go to Step 4.

Step 8. Compute

$$T_D^{(i)} = \min_{k,m} \{d_{k,m}^{(i)}\}^2 + \min_{\substack{i+D, N \\ d=i+1}} \min_k |z_{N-d+1} - r_{N-d+1, N-d+1} \cdot s_k - \sum_{q=N-d+2}^N r_{N-d+1, q} \cdot \hat{x}_{m|N-q+1}|^2$$

$$\text{Find } \{k^{(i)}, m^{(i)}\} = \arg \left(T_D^{(i)} \geq \{d_{k,m}^{(i)}\}^2 \right).$$

If $i < N$, then go to Step 2.

Step 9. Find the branch, $\hat{\mathbf{x}}$, with the smallest metric.

이제 Breadth-First 알고리즘은 순차적 간섭 제거 (SIC: Successive Interference Cancellation) 가 활용되어 있는 것에 주안점을 두고 해석해 본다. SIC의 특성상 특정 검출 레이어에서 생존 후보 브랜치가 실제 전송된 심볼을 포함하지 못한다면 그 오류는 이후의 모든 검출 레이어로 전파된다. MFD 알고리즘에서 임계값을 구하기 위하여 i 번째 검출 레이어에서 $\min\{D, N-i\}$ 레이어 만큼 수행했을 때, 검출된 심볼이 정확하다면 메트릭의 증가량은 크지 않을 것이다. 반대의 경우에는 메

트릭의 증가량이 크게 되고 이는 에러가 전파되었음을 나타낸다. 임계값을 구할 때 i 부터 $\min\{i+D, N\}$ 번째 레이어까지 누적된 메트릭 증가량이 작을 때, i 번째 검출 레이어에서는 작은 값의 $M^{(i)}$ 로도 심볼을 정확하게 선택하기에 충분하다. 반면에 누적된 메트릭 증가량이 클 때는 큰 값의 $M^{(i)}$ 가 요구된다. 또한, SED들의 합인 메트릭은 검출 레이어에 대해 단조증가 함수이기 때문에 D 가 크게 선택될수록 메트릭의 증가량은 커지게 되고, D 가 커질수록 신뢰도 높은 후보 브랜치들을 선택할 확률이 커져 MFD 알고리즘의 BER 성능은 향상된다. 한 예로 그림 3에는 실험적인 방법을 이용해 4×4 MIMO 시스템에 4-QAM을 적용했을 경우 D 값에 따른 첫 번째 검출 레이어의 임계값 $T_D^{(1)}$ 에 대한 확률 밀도 함수를 비트당 SNR 5 dB 및 10 dB에 대해 나타내었다. 그림 3을 통해, SNR이 일정할 때 D 의 값이 커질수록 임계값이 커지며, 주어진 D 의 값에 대하여 SNR이 커질수록 임계값이 작아지는 경향을 보이게 됨을 확인 할 수 있다.

그림 3. 4×4 MIMO 시스템에 4-QAM을 적용했을 경우 첫 번째 검출레이어의 임계값의 empirical PDF

Fig. 3. PDFs of the threshold of the first detection layer for a 4×4 MIMO system with 4-QAM.

3.2 MIMO 시스템의 MFD알고리즘에 기반한 ML 해법

이 절은 MIMO 시스템에서 MFD 알고리즘을 이용하여 ML의 해를 구하는 것을 다룬다. 특히 주목할 점은, D 의 값이 최대일 때, 즉 $D = N - 1$ 일 때, 제안하는 알고리즘과 ML 검출의 BER 성능이 정확하게 동일하게 된다는 것이다. 이는 $D = N - 1$ 일 때 제안하는 알고리즘이 식 (2)에 대한 해 $\hat{\mathbf{x}}_{ML}$ 를 항상 찾을 수 있는 점을 통해 증명 가능하다.

명제: 만약 D 의 최대값이 선택되었다면 ($D = N - 1$),

MFD 알고리즘은 ML 검출의 최적 해를 찾게 된다.

증명: MFD 알고리즘이 최대값 D ($D = N-1$)에 대해 항상 매 검출 레이어에서 ML의 해를 포함할 수 있는 이유는 다음과 같다.

우선 ML 검출에 의해 선택된 최종 검출 레이어의 매트릭은 최소값이 된다. 왜냐하면 ML 검출은 매 검출 레이어에서 모든 후보 브랜치들을 생존시켜 K^N 개 후보 브랜치의 누적 SED 중 최소를 찾기 때문이다. 즉,

$$\{d_{ML}^{(N)}\}^2 = \|\mathbf{z} - \mathbf{R}\hat{\mathbf{x}}_{ML}\|^2 \leq \|\mathbf{z} - \mathbf{R}\hat{\mathbf{x}}\|^2 \quad (8)$$

이고 여기서 $\hat{\mathbf{x}}_k$ 는 벡터 $\mathbf{x}$ 의 j 부터 k 행까지를 의미하고 $\hat{\mathbf{A}}_k$ 는 행렬 $\mathbf{A}$ 의 j 부터 k 행 및 열로 이루어진 정사각 행렬이며 $\hat{\mathbf{x}} \in \mathbb{C}^N$ 이다.

모든 i 번째 검출 레이어에 대해서, $D = N-1$ 일 때, $\min\{i+D, N\}$ 번째 레이어가 항상 최종 레이어가 된다. 이 때, MFD 알고리즘은 최종 레이어의 최소 매트릭이 i 번째 검출 레이어의 임계값으로 결정되어 사용되고, 이 임계값은 항상 ML 검출의 최종 검출 레이어의 매트릭보다 크거나 같게 된다. 왜냐하면 앞서 말한 것과 같이 ML 검출의 최종 검출 레이어의 매트릭은 최소값이기 때문이다.

그러므로 D 가 최대일 때 (즉, $D = N-1$), MFD 알고리즘에서 i 번째 검출 레이어의 임계값은 모든 i 에 대해 항상 ML 검출의 최종 레이어의 매트릭보다 크거나 같게 된다. 즉,

$$T_{N-1}^{(i)} \geq \{d_{ML}^{(N)}\}^2 \quad (9)$$

이 된다. 또한, 매트릭은 검출 레이어에 대해 단조증가 함수이기 때문에 ML 검출의 i 번째 검출 레이어의 매트릭은 ML 검출의 최종 검출 레이어의 매트릭보다 작거나 같게 된다. 즉,

$$\{d_{ML}^{(i)}\}^2 = \|\mathbf{z} - \mathbf{R}^{N-i+1}\hat{\mathbf{x}}_{ML}^{N-i+1}\|^2 \leq \{d_{ML}^{(N)}\}^2 \quad (10)$$

이며, 결과적으로 $D = N-1$ 일 때 ML 검출의 i 번째 검출 레이어의 매트릭은 MFD 알고리즘에서 i 번째 검출 레이어의 임계값보다 항상 작거나 같게 된다.

$$T_{N-1}^{(i)} \geq \{d_{ML}^{(i)}\}^2 \quad (11)$$

따라서 MFD 알고리즘에 의해 생존된 브랜치들은 모든 검출 레이어에서 ML 검출의 해를 항상 포함하게 된다. 결과적으로 MFD 알고리즘에 대해 최종 검출 레이어에

서 $K \cdot M^{(N-1)}$ 개의 후보 브랜치 중 최소 매트릭을 가지는 브랜치는 ML 검출의 브랜치와 동일하게 된다.

증명을 끝내기 전에, MFD 알고리즘에 의해 결정된 i 번째 검출 레이어의 임계값은 계산 복잡도에 대해서 최적이라고 할 수 있음에 주목할 필요가 있다. 왜냐하면 최종 레이어까지 매 레이어마다 최소 매트릭 하나만을 선택하는 과정을 반복하여 구하기 때문이다. ■

명제를 통해 D 가 최대일 때 ML 검출과 MFD 알고리즘이 동일한 BER 성능을 가지는 것뿐만 아니라 ML 검출보다 계산 복잡도가 매우 낮아지게 됨을 알 수 있다. 왜냐하면 ML의 해를 포함하지 않는 많은 브랜치들을 정확하게 제거할 수 있기 때문이다.

IV. BER 성능 및 계산복잡도 분석

이 장에서는 그림 1에 나타난 다중 안테나 기반의 MIMO 시스템에서 제안하는 알고리즘의 BER 성능 및 계산 복잡도를 모의 실험을 통해 기존 QRD-M 알고리즘과 비교하고 분석한다. 모의 실험에서 변조방식은 정방형 QAM, 채널은 평탄 페이딩 채널을 겪는다고 가정한다. 또한, N_t 개의 송신 안테나 및 N_r 개의 수신 안테나를 고려하며 $N_r \times N_t$ 채널 행렬 $\mathbf{H}$ 는 매 검출마다 무작위로 변한다고 가정하고, 모든 시뮬레이션은 최소 100,000개 이상의 채널에 대한 결과를 생성하여 분석한다.

그림 4 및 5에는 2×2 MIMO 시스템에서 4-QAM 및 16-QAM에 대해 제안하는 알고리즘의 BER 성능을 기존의 QRD-M에 대한 BER 성능과 비교하여 나타내었다. 2×2 MIMO 시스템에 대해서는 $M = K$ 인 기존 QRD-M의 BER 성능이 ML 검출의 BER 성능을 나타내므로 ML 대신 $M = K$ 인 기존 QRD-M의 BER 성능으로 나타내었으며, 2×2 MIMO 시스템에 대해서 제안하는 알고리즘은 $D = 1$ 의 경우만 존재한다. 그림 4 (또는 그림 5)를 통해 기존 QRD-M 알고리즘은 M 의 값이 커짐에 따라 BER 성능이 좋아지는 것을 확인할 수 있으며, 제안하는 알고리즘은 $M=4$ (또는 16)인 기존 QRD-M, 즉 ML 검출과 동일한 BER 성능을 가짐을 알 수 있다.

그림 6 및 7에는 4×4 MIMO 시스템에서 4-QAM 및 16-QAM에 대해 기존 QRD-M, 제안하는 알고리즘 및 ML 검출에 대한 BER 성능을 나타내었다. 4×4 MIMO 시스템에 대해서 제안하는 알고리즘은 $D = 1, 2, 3$ 인 경

우가 존재한다. 그림 6 및 7을 통해 제안하는 알고리즘은 D 가 커짐에 따라 BER 성능이 좋아짐을 확인할 수 있으며, 이는 D 의 값이 커짐에 따라 제안하는 알고리즘의 임계값은 더욱 큰 값이 되며, 이에 따라 신뢰도가 높은 후보 브랜치를 보다 선택할 확률이 높아져 BER 성능이 향상되는 것으로 해석된다. 10^{-5} BER을 기준

그림 4. 2x2 MIMO 시스템 및 4-QAM에 대한 BER 성능
Fig. 4. BER performance for 2x2 MIMO system with 4-QAM.

그림 5. 2x2 MIMO 시스템 및 16-QAM에 대한 BER 성능
Fig. 5. BER performance for a 2x2 MIMO system with 16-QAM.

그림 6. 4x4 MIMO 시스템 및 4-QAM에 대한 BER 성능
Fig. 6. BER performance for a 4x4 MIMO system with 4-QAM.

그림 7. 4x4 MIMO 시스템 및 16-QAM에 대한 BER 성능
Fig. 7. BER performance for a 4x4 MIMO system with 16-QAM.

으로 $D=1,2$ 일 때 ML 검출의 BER 성능에 비해 4-QAM의 경우 약 7.5 dB, 0.5 dB, 16-QAM의 경우 약 8 dB, 1 dB의 성능 열화가 있게 된다. $D=3$ 일 때 제안하는 알고리즘의 BER 성능은 ML 검출의 BER 성능과 일치하는 것을 확인할 수 있다.

그림 4~7의 결과들은 2×2 MIMO 시스템에 대해서 최대인 $D=1$ 과 MIMO 시스템에 대해서 최대인 $D=3$ 인 BER이 ML 검출과 동일한 것을 통해 3장의 명제를 검증하고 있다. 또한, 4×4 MIMO 시스템의 경우 $D=2$ 일 경우를 통해, D 의 값이 최대값이 아닌 적절한 D 값으로도 ML 검출과 유사한 BER 성능을 보일 수 있음을 유추할 수 있다.

이제 계산 복잡도를 살펴해보도록 하자. 여기서는 계산 복잡도로 SED의 평균 계산 횟수를 고려한다. 먼저 제안하는 알고리즘의 매 검출마다 제공 유클리드 거리 계산 횟수에 대해 살펴보면, 첫 번째 레이어에서는 K 번의 계산이 요구되며 i 번째 검출 레이어에서는 이전 레이어에서 확장된 $K \cdot M^{(i-1)}$ 개에 대한 계산이 요구된다. 따라서 제안하는 알고리즘의 제공 유클리드 거리 계산 횟수는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$N_s = K + K \sum_{i=2}^{N_t} M^{(i-1)} \quad (12)$$

식 (12)에서 $M^{(i-1)}$ 가 모두 상수 M 일 경우 기준 QRD-M의 제공 유클리드 거리 계산 횟수가 된다. 식 (12)에서 i 번째 레이어의 생존된 후보 브랜치 개수 $M^{(i)}$ 는 매 검출마다 그 값이 달라지므로 평균 개수가 고려되어야 하며 N_s 의 평균은 에르고딕 과정을 가정하여 아래와 같이 구할 수 있다.

$$E[N_s] = \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L N_s(l) \quad (13)$$

여기서 L 은 전체 채널 생성 횟수이며 $N_s(l)$ 은 l 번째 채널에 대한 신호 검출을 수행했을 때 요구되는 제곱 유클리드 거리 계산 횟수이다. 식 (13)으로 계산된 제안하는 알고리즘의 평균 제곱 유클리드 거리 계산 횟수를 이용하여 기존 QRD-M의 계산 횟수와 비교한다.

그림 8 및 9에는 2×2 MIMO 시스템에서 4-QAM 및 16-QAM에 대해 제안하는 알고리즘의 평균 SED 계산 횟수를 기존 QRD-M의 계산 횟수와 비교하여 나타내었다. ML 검출의 SED 계산 횟수는 기존 QRD-M 보다 매우 큰 것이 자명하기 때문에 생략하였다. 2×2 MIMO 시스템이므로 제안하는 알고리즘은 $D=1$ 의 경우만 존재하며, 그림 8 및 9를 통해 제안하는 알고리즘의 평균 제곱 유클리드 거리 계산 횟수가 SNR이 증가

그림 8. 2×2 MIMO 시스템 및 4-QAM에 대한 평균 SED 계산 횟수

Fig. 8. Average number of SED calculations for a 2×2 MIMO system with 4-QAM.

그림 9. 2×2 MIMO 시스템 및 16-QAM에 대한 평균 SED 계산 횟수

Fig. 9. Average number of SED calculations for a 2×2 MIMO system with 16-QAM.

그림 10. 4×4 MIMO 시스템 및 4-QAM에 대한 평균 SED 계산 횟수

Fig. 10. Average number of SED calculations for a 4×4 MIMO system with 4-QAM.

그림 11. 4×4 MIMO 시스템 및 16-QAM에 대한 평균 SED 계산 횟수

Fig. 11. Average number of SED calculations for a 4×4 MIMO system with 16-QAM.

할수록 기존 QRD-M 검출의 최소 횟수인 $M=1$ 인 경우에 근접함을 확인할 수 있다.

그림 10 및 11에는 4×4 MIMO 시스템에서 4-QAM 및 16-QAM에 대해 제안하는 알고리즘의 평균 SED 계산 횟수를 기존 QRD-M의 계산 횟수와 비교하여 나타내었다. 4×4 MIMO 시스템에서 $D=1, 2, 3$ 의 값을 가질 수 있으므로 제안하는 알고리즘의 평균 제곱 유클리드 거리 계산 횟수를 D 에 따라 나타내었다. 그림 10 및 11에서 일반적으로 D 가 커짐에 따라 제안하는 알고리즘의 평균 SED 계산 횟수가 증가하는 것을 확인할 수 있는데, 이는 제안하는 알고리즘에서 D 값이 커질수록 평균적으로 더 많은 후보 브랜치가 살아남기 때문이다. 그러나, SNR이 커짐에 따라 모든 D 값의 경우에 대해 평균 제곱 유클리드 거리 계산 횟수가 $M=1$ 인 기존 QRD-M의 계산 횟수에 근접해가고 있음을 확인할 수 있어, SNR이 커질수록 D 에 관계없이

제안하는 알고리즘은 최소 계산 복잡도를 가지게 됨을 알 수 있다.

복잡도 계산에는 지연시간 및 임계값을 구하는 복잡도는 고려하지 않았다. 왜냐하면 i 번째 검출 레이어의 임계값을 구하기 위해 i 번째 레이어에서 $\min\{i+D, N\}$ 번째 레이어까지 각 레이어 마다 최소 메트릭만 구하는 과정은 $M=1$ 의 복잡도가 더해지는 정도이며 (이전에 임계값을 얻기 위해 계산된 브랜치가 선택되는 경우에는 추가적인 복잡도 증가가 없어 실제로는 $M=1$ 의 경우보다 훨씬 적은 복잡도가 더해지게 된다), 프로세서의 발전 추세로 미루어 보면 이에 대한 지연시간도 큰 이슈 사항이 아니기 때문이다.

앞서 BER 성능 분석을 통해 확인하였듯이, 기존 QRD-M이 최소 복잡도를 갖도록 매 검출 레이어마다 생존 후보 브랜치를 1개씩 선택하는 $M=1$ 인 경우의 기존 QRD-M은 ML 검출과 비교해 매우 열악한 BER 성능을 가진다. 반면, 제안하는 알고리즘은 SNR이 커짐에 따라 평균적으로 매 레이어마다 생존하는 후보 브랜치의 개수가 기존 QRD-M의 최소 복잡도인 $M=1$ 개로 수렴하게 되는데 이때 D 의 값을 적절하게 선택하면 ML 검출과 매우 근접 또는 동일한 BER 성능을 가질 수 있게 된다. 즉, 제안하는 알고리즘은 높은 SNR에서 평균적으로 매 레이어마다 생존하는 후보 브랜치의 개수를 1개정도 선택하면서도, ML 검출과 유사한 BER 성능을 가질 수 있는데 이는 적응적 임계값을 통해 불필요한 후보 브랜치들을 획기적으로 제거하면서도 신뢰도 있는 후보 브랜치를 선택하기 때문인 것으로 분석된다. 예를 들어 기존 QRD-M에서 $M=1$ 인 경우는 채널상태에 관계없이 모든 레이어에서 항상 1개의 후보 브랜치를 고정적으로 선택하기 때문에 계산 복잡도는 최소가 되지만 채널 적응성이 떨어져 BER 성능이 크게 열화된다. 반면, 제안하는 알고리즘도 높은 SNR 상황에서 대부분의 검출 레이어에서 평균적으로는 1에 가까운 후보 브랜치만 선택하지만, 갑자기 좋지 않은 채널 상황이 발생하면 이에 적응적으로 임계값이 바뀌게 되고 그에 따라 1개 이상의 후보 브랜치를 선택함으로써 신뢰성 있는 후보를 놓치지 않게 된다. 이러한 차이에 의해 제안하는 알고리즘은 최소 복잡도를 갖는 $M=1$ 인 QRD-M과 평균 SED 계산 횟수가 유사하면서도 ML 검출에 근접 또는 일치하는 BER 성능을 얻을 수 있게 된다. 게다가 D 가 최대일 경우 제안하는 MFD 알고리즘은 ML 검출과 정확하게 동일한 BER 성능을 가지면서도 SNR이 커질수록 QRD-M이 가지는 최소 복잡도로 수렴해

가게 된다. 그러므로 제안하는 MFD 알고리즘은 ML 검출의 최적 구현 방법으로 고려될 수 있다.

V. 결 론

본 논문에서는 Breadth-First 알고리즘인 QRD-M을 기반으로 MIMO 시스템에서 계산 복잡도가 매우 낮은 ML의 최적 신호 검출을 제안하였다. i 번째 검출 레이어의 생존 후보 심볼을 결정하는 최적 임계값은 $\min\{i+D, N\}$ 번째 검출 레이어의 최소 메트릭에 의해 구하였고 D 가 최대일 때 ML과 똑같은 BER 성능을 가지는 것을 확인하였다. 또한 계산 복잡도에 있어 D 에 관계없이 기존 QRD-M ($M=1$)의 최소 복잡도에 근접하는 것을 확인할 수 있었다.

제안하는 MFD 알고리즘은 다중 안테나 또는 다중 채널 등 모든 MIMO 통신/방송 시스템에 적용이 가능하다. 한 예로 하나의 자원 블록 (RB: Resource Block) 이 12개의 부반송파로 구성되는 LTE-Advanced의 상향 링크를 고려해 보자. 두 개의 RB를 할당하고 4- 및 16-QAM OFDM을 가정하면 ML의 해를 구하는데 각각 4^{24} (약 281조) 및 16^{24} (약 7.9×10^{28}) 의 유클리드 놈 계산이 필요하다. 이것은 사실상 일반적인 개인용 컴퓨터로 계산이 불가능하지만 제안하는 MFD 알고리즘을 이용하면 수 분 이내에 ML의 해를 구할 수 있어 그 응용 범위는 매우 광범위 할 것으로 판단된다. 이 논문에서는 경관정을 기준으로 하였지만, 이 결과를 바탕으로 연관정에 대한 연구가 추가되어야 할 것이다.

REFERENCES

- [1] E. Telatar, "Capacity of multi-antenna Gaussian channels," *European Trans. Telecommun.*, vol. 10, no. 6, pp. 585-595, Nov. 1999.
- [2] G. J. Foschini and M. J. Gans, "On limits of wireless communications in a fading environment when using multiple antennas," *Wireless Personal Commun.*, vol. 6, no. 3, pp. 311-335, Mar. 1998.
- [3] *Wireless LAN Medium Access Control (MAC) and Physical Layer (PHY) specifications*, IEEE Standard 802.11-2012, IEEE Computer Society LAN MAN Standards Committee, 2012.
- [4] *3rd Generation Partnership Project; Technical Specification Group Radio Access Network; Evolved Universal Terrestrial Radio Access*

- (E-UTRA); *Long Term Evolution (LTE) physical layer; General description (Release 8)*, 3GPP TS 36.201 V8.0.0 (2007-09), 2007.
- [5] *Air Interface for Broadband Wireless Access Systems*, IEEE Standard 802.16-2009, IEEE Computer Society and the IEEE Microwave Theory and Techniques Society LAN MAN Standards Committee, 2009.
  - [6] S. Parkvall, A. Furuskar, and E. Dahlman, "Evolution of LTE toward IMT-advanced," *IEEE Commun. Mag.*, vol. 49, no. 2, pp. 84-91, Feb. 2011.
  - [7] G. D. Forney, "Maximum-likelihood sequence estimation of digital sequences in the presence of intersymbol interference," *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 18, no. 3, pp. 363-378, May 1972.
  - [8] M. Pohst, "On the computation of lattice vectors of minimal length, successive minima and reduced bases with applications," *ACM SIGSAM Bulletin*, vol. 15, no. 1, pp. 37-44, Feb. 1981.
  - [9] U. Fincke and M. Pohst, "Improved methods for calculating vectors of short length in a lattice, including a complexity analysis," *Math. of Comput.*, vol. 44, no. 170, pp. 463-471, Apr. 1985.
  - [10] B. Hassibi and H. Vikalo, "On the expected complexity of sphere decoding," in *Proc. 35th Asilomar Conf. Signals, Syst., Comput.*, pp. 1051-1055, Pacific Grove, CA, Nov. 2001.
  - [11] E. Agrell, T. Eriksson, A. Vardy, and K. Zeger, "Closest point search in lattices," *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 48, no. 8, pp. 2201-2214, Aug. 2002.
  - [12] M. O. Damen, H. El Gamal, and G. Caire, "On maximum-likelihood detection and the search for the closest lattice point," *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 49, no. 10, pp. 2389-2402, Oct. 2003.
  - [13] J. Koo, J. Kim, Y. Kim, and J. Kim, "A parallel sphere decoder algorithm for high-order MIMO system," *Journal of the Inst. of Elec. and Inf. Engineers*, vol. 51, no. 5, pp. 11-19, May 2014.
  - [14] T. Huynh, J. Cho, J. Kim, and W. Cho, "Sphere decoding algorithm and VLSI implementation using two-level search," *The Institute of Elec. Engineers of Korea - Semiconductor and Devices*, vol. 45, no. 6, pp. 104-110, Jun. 2008.
  - [15] K. J. Kim and R. A. Iltis, "Joint detection and channel estimation algorithms for QS-CDMA signals over time-varying channels," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 50, no. 5, pp. 845-855, May 2002.
  - [16] Y. Dai, S. Sun, and Z. Lei, "A comparative study of QRD-M detection and sphere decoding for MIMO-OFDM systems," in *Proc. IEEE Int. Symp. Personal, Indoor and Mobile Radio Commun. (PIMRC)*, pp. 186-190, Berlin, Germany, Sep. 2005.
  - [17] K. J. Kim, J. Yue, R. A. Iltis, and J. D. Gibson, "A QRD-M/Kalman filter-based detection and channel estimation algorithm for MIMO-OFDM systems," *IEEE Trans. Wireless Commun.*, vol. 4, no. 2, pp. 710-721, Mar. 2005.
  - [18] H. Kawai, K. Higuchi, N. Maeda, and M. Sawahashi, "Adaptive control of surviving symbol replica candidates in QRM-MLD for OFDM MIMO multiplexing," *IEEE J. Select. Areas Commun.*, vol. 24, no. 6, pp. 1130-1140, Jun. 2006.
  - [19] B. M. Hochwald and S. ten Brink, "Achieving near-capacity on a multiple antenna channel," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 51, no. 3, pp. 389-399, Mar. 2003.
  - [20] H. Vikalo, B. Hassibi and T. Kailath, "Iterative decoding for MIMO channels via modified sphere decoding," *IEEE Trans. Wireless Commun.*, vol. 3, no. 6, Nov. 2004.
  - [21] R. Wang and G. B. Giannakis, "Approaching MIMO channel capacity with soft detection based on hard sphere decoding," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 54, no. 4, Apr. 2006.
  - [22] D. Kincaid and W. Cheney, *Numerical Analysis: Mathematics of Scientific Computing*, 3rd ed. American Mathematical Society, 2002.

— 저 자 소 개 —

임 형 용(학생회원)
2012년 2월 한양대학교 전자통신
컴퓨터공학부 공학사
2012년 3월~현재 한양대학교
전자컴퓨터통신공학과
석박사통합과정

<주관심분야: 디지털 및 무선 통신 이론, 통계 신호 처리>

윤 동 원(평생회원)
1989년 2월 한양대학교
전자통신공학과 공학사
1992년 2월 한양대학교
전자통신공학과 공학석사
1995년 8월 한양대학교
전자통신공학과 공학박사

현재 한양대학교 융합전자공학부 교수
<주관심분야: 무선통신, 위성 및 우주통신, 신호정보>

박 기 홍(학생회원)
2017년 2월 한양대학교 융합전자
공학부 공학사
2017년 3월~현재 한양대학교
전자컴퓨터통신공학과
석박사통합과정

<주관심분야: 통신이론, 무선 및 이동 통신 시스템>